UNIVERSIDAD DE CARABOBO, FACULTAD DE INGENIERÍA
ÁREA DE POSTGRADO, INTELIGENCIA ARTIFICIAL
Trabajo No. 02

Autor, José M. Rodríguez S.
CI: 81.044.088.
Fecha: 26/Noviembre/2008

RESUMEN: El presente trabajo de investigación es una recopilación bibliográfica realizada en forma de resumen sobre tópicos relacionados con la Lógica Difusa (Fuzzy Logic), los cuales, se han abordado de una manera sencilla, con la finalidad de hacerlos fáciles de entender. Se han definido los conjuntos difusos, así como las principales operaciones entre estos, se explica también las diferentes funciones de pertenencia o membresía, la estructura de un sistema difuso, los cuales, servirán como marco teórico para la realización de un proyecto que permita aplicar o verificar (total o parcialmente) los resultados obtenidos en las investigaciones previas y/o en el propio trabajo de investigación que se pretende realizar.

Palabras Claves: Inteligencia Artificial, Lógica Difusa.

LOGICA DIFUSA

La Lógica Difusa, llamada también Lógica Borrosa o “Fuzzy Logic”, es básicamente un tipo de lógica que reconoce más que simples valores verdaderos y falsos. Está basada en el concepto de raciocinio aproximado y en la capacidad de extraer conclusiones y generar respuestas usando información vaga, ambigua, incompleta, cualitativa y/o imprecisa. Así a través de esta técnica se trata de imitar un tipo de raciocinio inconsciente o consciente que el ser humano utiliza para resolver problemas cotidianos.

Con lógica difusa, las proposiciones pueden ser representadas con grados de veracidad o falsedad, mientras que una premisa basada en la lógica tradicional posee dos términos, siendo completamente verdadera o completamente falsa. La Lógica Difusa se considera un súper conjunto de la Lógica Booleana.

Por medio de la Lógica Difusa pueden formularse matemáticamente nociones como: un poco caliente o muy frío, para que sean procesadas por computadoras y se puedan cuantificar expresiones humanas vagas, tales como "Muy alto" o "Un poco bajo". Esto es un intento de aplicar la forma de pensar humana a la programación de los computadores. La habilidad de la Lógica Difusa para procesar valores parciales de verdad ha sido de gran ayuda para la ingeniería.

En general, se ha aplicado a:

- Sistemas expertos para la verificación de ortografía.
- Control de procesos de varias variables en sistemas tipo MISO. Control de grúas y estibación de contenedores.
- Sistemas de climatización como equipos de Aires Acondicionados (humedad y temperatura).
- Electrodomésticos en general: lavadoras, secadoras, aspiradoras, etc.
- Sistemas automotrices: caja de velocidades automáticas, sistemas de freno ABS, tracción en las cuatro ruedas.

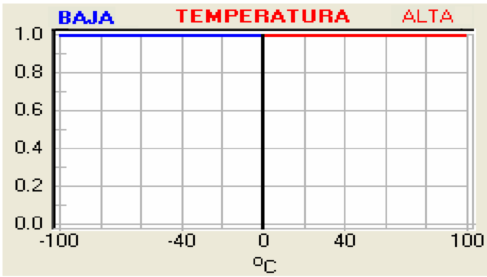
Entre otras aplicaciones encontramos a la NASA, Boeing, Rochwell, Bell o a Ford Motor Co., que experimenta con un sistema de estacionamiento automático para camiones con remolque.

CONJUNTOS DIFUSOS

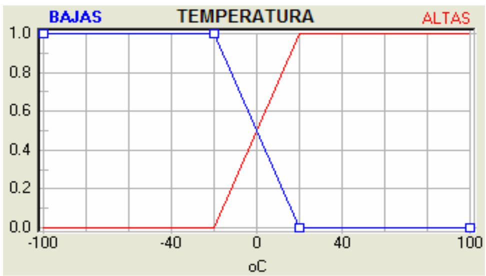
Desde el punto de vista formal el concepto de conjunto difuso es una generalización del concepto clásico de conjunto. La diferencia fundamental estriba en que, mientras que en la teoría clásica de conjuntos un determinado elemento puede pertenecer a un conjunto o no hacerlo, en la teoría de conjuntos difusos un elemento puede pertenecer a más de un conjunto con diferentes grados de “pertenencia”.

El ***grado de pertenencia*** es un número real dentro del intervalo [0, 1] que indica en qué proporción pertenece un determinado elemento a un conjunto. De este modo, si un elemento tiene un grado de pertenencia ‘0’ respecto a un conjunto dado, será equivalente a decir que dicho elemento no pertenece a dicho conjunto. Análogamente, si un elemento tiene un grado de pertenencia ‘1’, se dirá que dicho elemento se encuentra totalmente dentro del conjunto.

La figura 1 compara de forma gráfica los conceptos de conjunto clásico (a) y conjunto difuso (b). En la representación de la parte superior de la figura 1, la temperatura puede ser ‘baja’ o ‘alta’, no hay casos intermedios. Si situamos el punto de corte en los 0ºC, una temperatura menor o igual a este valor sería considerada baja, mientras que unas décimas por encima de esta temperatura sería considerada alta. Por el contrario, en la parte inferior de la figura 1 las temperaturas por debajo de los 20ºC pertenecen al conjunto de temperaturas bajas y las temperaturas por encima de los -20ºC pertenecen al conjunto de temperaturas altas, pero las temperaturas comprendidas entre estos dos valores (-20 ºC a 20 ºC) pertenecen a ambos conjuntos. En concreto, una temperatura de 0ºC pertenece con grado 0.5 al conjunto de temperaturas bajas y al de temperaturas altas, lo que está más de acuerdo con la forma en que expresaríamos este hecho en el lenguaje natural: “la temperatura no es ni alta ni baja”.



(a)



(b)

Figura 1. (a) Forma gráfica de los conceptos de conjunto clásico (a) y conjunto difuso (b).

FUNCIÓN DE PERTENENCIA

Desde el punto de vista matemático, un conjunto difuso puede representarse mediante un conjunto ordenado de pares que asignan un grado de pertenencia a cada elemento **u** del universo de discurso **U**.

$$F = \{(u, \mu_F(u)) \mid u \in U\}$$

La ***función de pertenencia*** $\boldsymbol{\mu_F(u)}$ describe, por tanto, el grado de pertenencia de los diferentes elementos del universo de discurso al conjunto difuso. La elección de la forma de la función de pertenencia es subjetiva y dependiente del contexto. No obstante, por razones prácticas, se suelen emplear funciones triangulares, trapezoidales o en forma de campana como las que se muestran en la figura 2.

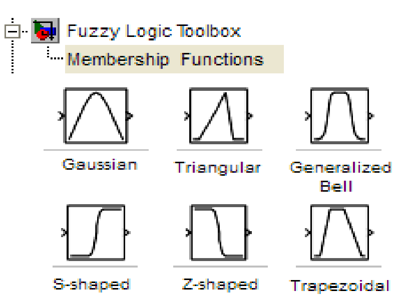


Figura 2. Algunos tipos de funciones de Membresía, disponibles en el programa MatLab®.

OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS DIFUSOS

La mayoría de las nociones básicas de la teoría clásica de conjuntos, como los conceptos de igualdad o inclusión, se pueden extender a los conjuntos difusos. Asimismo, la elección de los operadores “min” y “max” para representar la unión e intersección de conjuntos difusos está de acuerdo con la idea intuitiva de dichas operaciones. De esta forma, dados dos conjuntos difusos *A* y *B* definidos sobre el mismo universo U de discurso, las operaciones de unión, intersección y complemento pueden definirse, a partir de sus funciones de pertenencia, como:

UNIÓN:

La unión entre los conjuntos difusos *A* y *B* es un conjunto difuso cuya función de pertenencia para un elemento concreto del universo de discurso U, es la mayor de las funciones de pertenencia de *A* y *B*, viene dada por:

$$\mu_{A \cup B}(u) = \max[\mu_A(u), \mu_B(u)], \forall u \in U$$

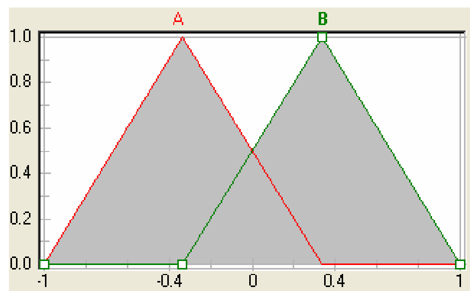


Figura 3. Representación de la unión entre los conjuntos difusos A y B.

INTERCEPCIÓN:

La intersección entre *A* y *B* es un conjunto difuso cuya función de pertenencia para un elemento concreto del universo de discurso U, es la menor de las funciones de pertenencia de *A* y *B*, viene dada por:

$$\mu_{A \cap B}(u) = \min[\mu_A(u), \mu_B(u)], \forall u \in U$$

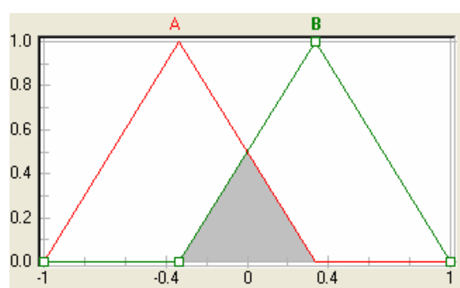


Figura 4. Representación de la intercepción entre los conjuntos difusos A y B.

COMPLEMENTO:

El complemento de un conjunto difuso *A* es otro conjunto difuso cuya función de pertenencia viene dada por:

$$\mu\bar{A}(u) = 1 - \mu A(u), \forall u \in U$$

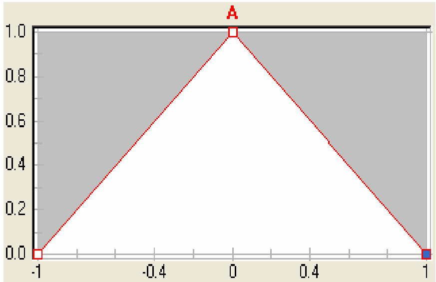


Figura 5. Representación del complemento del conjunto difuso A.

INTERCEPCIÓN DIFUSA (T-NORMA):

Una norma triangular o **T-norma** es una función

$$T : [0,1]x[0,1] \rightarrow [0,1]$$

que cumple las siguientes propiedades:

$$Conmutativa:$$
$$T(x,y) = T(y,x), \forall x,y \in [0,1]$$
$$Asociativa:$$
$$T(x,(y,z)) = T((x,y),z), \forall x,y,z \in [0,1]$$
$$Monótona\_no\_Decreciente:$$
$$Si((x \leq y),(w \leq z)) \Rightarrow$$
$$T(x,w) \leq T(y,z), \forall x,y,w,z \in [0,1]$$
$$Elemento\_Neutro:$$
$$T(x,1) = x, \forall x \in [0,1]$$
$$Elemento\_Absorvente(nulo):$$
$$T(x,0) = 0, \forall x \in [0,1]$$

Además del mínimo, las siguientes funciones cumplen las propiedades de **T-norma**:

Producto Algebraico: $T_p(x, y) = x \cdot y$

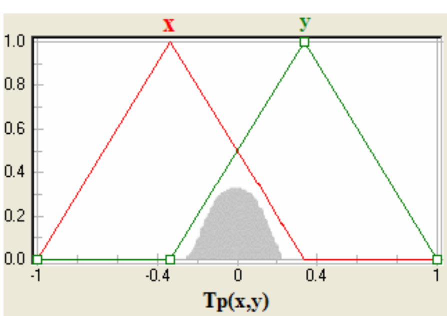


Figura 6. Representación del producto algebraico entre dos conjuntos difusos (x,y).

Producto Acotado: $T_{pa}(x, y) = \max\{0, x + y - 1\}$

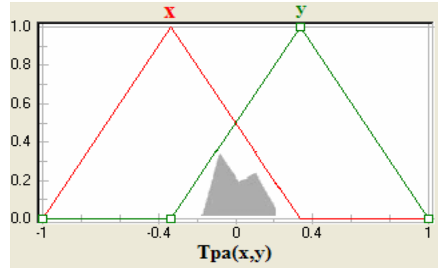


Figura 7. Representación del producto acotado entre dos conjuntos difusos (x,y).

UNIÓN DIFUSA (S-NORMA):

Una conorma triangular o **S-norma** es una función

$$S : [0,1]x[0,1] \rightarrow [0,1]$$

que cumple las siguientes propiedades:

$$Conmutativa:$$
$$S(x,y) = S(y,x), \forall x,y \in [0,1]$$
$$Asociativa:$$
$$S(x,(y,z)) = S((x,y),z), \forall x,y,z \in [0,1]$$
$$Monótona\_no\_Decreciente:$$
$$Si((x \leq y),(w \leq z)) \Rightarrow$$
$$S(x,w) \leq S(y,z), \forall x,y,w,z \in [0,1]$$
$$Elemento\_Neutro:$$
$$S(x,0) = x, \forall x \in [0,1]$$
$$Elemento\_Absorvente(nulo):$$
$$S(x,1) = 1, \forall x \in [0,1]$$

Además del mínimo, las siguientes funciones cumplen las propiedades de **S-norma**:

Suma Algebraica: $S_s(x, y) = x + y - xy$

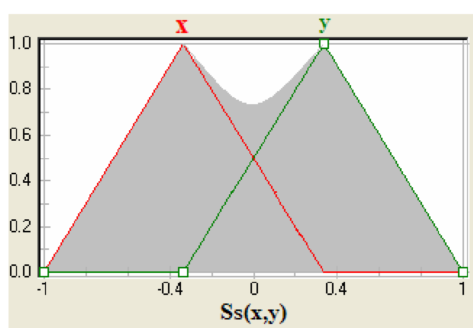


Figura 8. Representación de la suma algebraica entre dos conjuntos difusos (x,y).

Suma Acotada: $S_{sa}(x, y) = \min\{1, x + y\}$

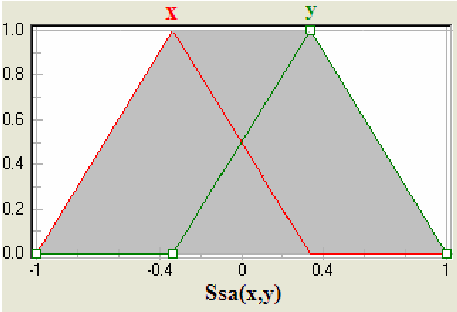


Figura 9. Representación de la suma acotada entre dos conjuntos difusos (x,y).

VARIABLES LINGÜÍSTICAS

Una variable lingüística es un concepto básico de lógica difusa, definida como "una variable cuyos valores son palabras o sentencias en lenguaje natural o sintético". Los valores de una variable lingüística pueden ser generados de un término primario, por ejemplo, alto, o su antónimo, o sea, bajo, y una colección de modificadores (no, muy, más o menos, etc.). En la utilización de variables lingüísticas debe primero determinarse el número posible de términos o expresiones de las variables lingüísticas. El paso siguiente es convertir las expresiones para números difusos apropiados, esto es hecho a través de las funciones de pertenencia. Los diferentes términos o valores lingüísticos se representan mediante conjuntos difusos caracterizados por funciones de pertenencia definidas sobre su universo de discurso. Para entender mejor el significado de una variable lingüística veamos el siguiente ejemplo:

Consideremos el caso de medir e interpretar la temperatura de diversos pacientes en un hospital para verificar si tienen fiebre ó no. Para ello, necesitamos definir formalmente la variable lingüística que formaran parte del universo U, en este caso, será "Temperatura". Formalmente una variable lingüística viene caracterizada por 4 elementos, a saber:

- **X:** Nombre asignado a la variable (Temperatura ° C)
- **T:** Etiquetas o valores lingüísticos
- **U:** Universo de discurso
- **M:** Variable Semántica que asocia cada Etiqueta Lingüística con un conjunto Difuso (Baja, Normal, Ascenso y Alta)

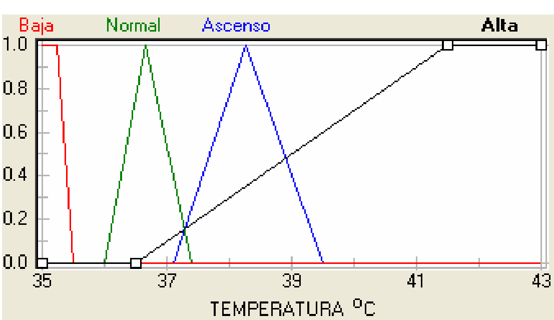


Figura 10. Representación gráfica de los elementos de una variable lingüística.

Interpretando la figura 10, podríamos decir que un paciente tiene "fiebre alta" cuando su temperatura corporal es igual o superior a 41.5 ºC. Ahora bien, que ocurriría si el paciente presentara una temperatura de 38ºC. Definitivamente no entraría en el conjunto de temperatura "baja" y de temperatura "normal", sin embargo, estaría participando en el conjunto de temperatura en "ascenso" con un grado de pertenencia de 0.78 y en el conjunto de temperatura "alta" con un grado de pertenencia igual a 0.30. Esto lo podemos observar a través de la figura 11, donde se muestra la intercepción del valor de la variable lingüística (temperatura = 38ºC) con un conjunto difuso respectivo (Ascenso y Alta).

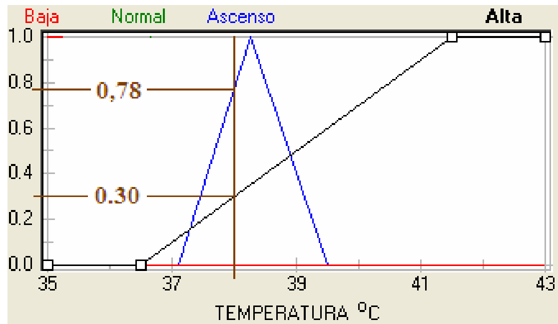


Figura 11. Intercepción del valor de la variable lingüística (temperatura = 38 °C) con un conjunto difuso (Ascenso y Alta).

La Figura 11, también muestra como una variable lingüística traduce valores reales en valores lingüísticos. La variable lingüística fiebre nos permite traducir las distintas medidas de la temperatura corporal del paciente, dada en grados centígrados en descripciones lingüísticas. Por ejemplo, una temperatura corpórea de 38ºC podrá ser evaluada como temperatura en ascenso, casi un poco alta.

SISTEMAS DE INFERENCIA DIFUSOS (REGLAS DE CONTROL DIFUSO):

Un sistema de inferencia difuso contendrá un conjunto de reglas de descripción lingüística. En el caso más general los antecedentes y consecuentes de estas reglas incluirán proposiciones difusas compuestas, es decir, combinarán múltiples entradas y salidas. Este tipo de sistema se denomina sistema **MISO** *("multiple input single output")*.

$$\text{if } x_1 \text{ is } A_1^r \text{ and } \ldots x_I \text{ is } A_I^r \text{ then } y \text{ is } B^r \longrightarrow \text{Sistema MISO}$$

A diferencia de un sistema experto convencional, en un sistema difuso varias reglas pueden estar activas simultáneamente. La conclusión global se calculará por agregación de las soluciones parciales aportadas por cada regla.

• Si cada una de las reglas es independiente de las demás, la agregación de reglas es la **unión** (R^1 o R^2 ... o R^n).

• Si las reglas están fuertemente acopladas (deben cumplirse las condiciones de todas las reglas para inferir un resultado) se utiliza la **intersección** (R^1 y R^2 ... y R^n).

• En aplicaciones de control se usa una S-norma para la agregación y funciones de implicación basadas en T-normas (Mamdani). Este método Mandami, utiliza la T-norma mínimo como función de implicación y la S-norma máximo como operador de agregación.

METODOS DE DEFUSIFICACIÓN

En los mecanismos de inferencia que acabamos de describir el resultado de la inferencia es un conjunto difuso, el cual, está compuesto de todos los pequeños diagramas correspondientes a cada conjunto difuso en el universo de discurso U. En la figura 12, se muestra esta información:

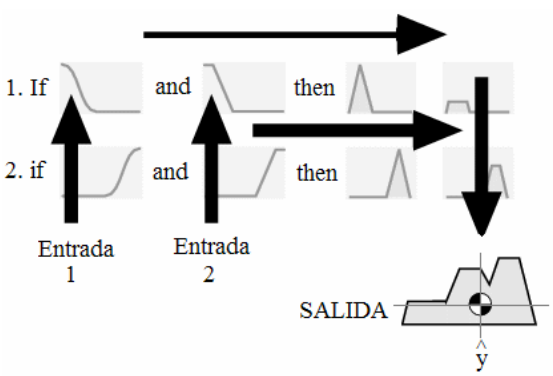


Figura 12. Diagrama de Inferencias Difusas.

Para que esta información pueda utilizarse en determinadas aplicaciones, como las de control, es preciso obtener un valor concreto representativo de dicho conjunto.

El proceso de **defuzzificación** se expresa mediante el operador defuzzificador $\mathbf{F}^{-1}$ que transforma la función de pertenencia representativa de un conjunto difuso **μ(y)** en un elemento concreto del universo de discurso. A continuación describiremos el método más utilizado en defuzzificación.

CENTRO DE GRAVEDAD (CoG):

Determina el valor representativo de un conjunto difuso como el centro del área limitada por el conjunto difuso resultante de aplicar las diferentes reglas.

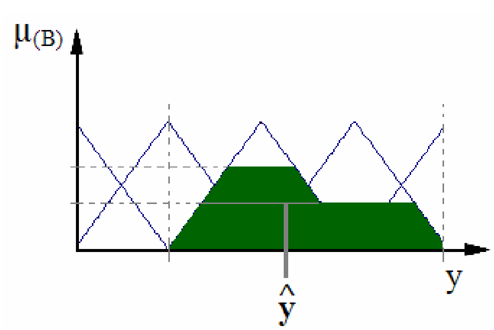


Figura 13. Representación del CoG.

$$CoG \rightarrow \hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^{N} y_i . \mu_B(y_i)}{\sum_{i=1}^{N} \mu_B(y_i)}$$

CONTROL DIFUSO EN SISTEMAS CON REALIMENTACIÓN

Las aplicaciones de control difuso más adecuadas son aquellas donde existen requerimientos cualitativos para una acción de control satisfactoria y dichos requerimientos pueden ser enunciados fácilmente como reglas difusas. Por esta razón, los controladores con lógica difusa son usados para operar funciones automáticas en electrodomésticos como lavadoras, sistemas de aire acondicionado y productos similares. También es posible encontrar lógica difusa en controladores industriales con realimentación que han sido implementados normalmente por operadores humanos expertos que tienen el control manual de procesos complejos. El procedimiento que se sigue es sintetizar las habilidades humanas del operador en una base de reglas difusas y desarrollar así un sistema de control difuso.

El diseñador del sistema difuso copia las acciones heurísticas del operador humano mientras controla el proceso y escribe las correspondientes reglas difusas. Mediante observaciones detalladas de un operador con habilidad, es posible obtener un conjunto completo de reglas difusas que puede reproducir el mejor rendimiento del operador humano. El resultado es un sistema de control inteligente que se obtiene sin referencia a la teoría clásica de los sistemas de control pero contiene el conocimiento de un buen operador humano.

Una aplicación popular de la lógica difusa es el control de lazos simples, normalmente controlados usando controladores clásicos como el PID. La lógica difusa copia la acción del controlador PID con algunas modificaciones para manejar el comportamiento no lineal. En la figura 14 se muestra como un sistema difuso podría reemplazar un controlador convencional.

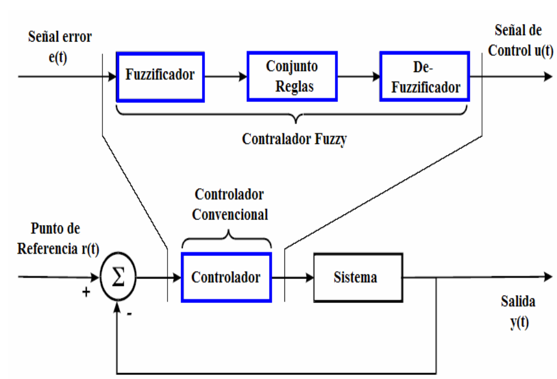


Figura 14. El controlador difuso y su relación con un lazo de control convencional.

El procedimiento adaptado en control difuso pretende imitar las acciones de un controlador tradicional utilizando reglas difusas y agregar características para tratar con sistemas de propiedades especiales como pueden ser algunos comportamientos no lineales.

CONTROLADOR PROPORCIONAL DIFUSO

Una versión muy simple de un controlador proporcional difuso es la siguiente:

Regla 1: SI {error LN} ENTONCES {control LN}

Regla 2: SI {error MN} ENTONCES {control MN}

Regla 3: SI {error S} ENTONCES {control S}

Regla 4: SI {error MP} ENTONCES {control MP}

Regla 5: SI {error LP} ENTONCES {control LP}

LN = Largo Negativo, **MN** = Medio Negativo, **S** = Corto, **MP** = Medio Positivo, **LP** = Largo Positivo.

De hecho este conjunto de reglas produce exactamente la misma acción de control lineal como un controlador proporcional con una ganancia uno, operando sobre la señal de error. Esto no representa ninguna ventaja, sin embargo, la ganancia del controlador puede ser no lineal cambiando las reglas difusas, lo cual, puede ser muy útil en aplicaciones especiales. Con reglas difusas mas elaboradas, pueden implementarse factores no lineales más complejos.

Muchos profesionales cuestionaran si este es el camino correcto para diseñar un controlador no lineal, sin embargo, los ingenieros de control prácticos algunas veces aplican esta técnica donde existe cierta certeza positiva sobre las implicaciones en la estabilidad del sistema.

CONTROL DIFUSO PROPORCIONAL DERIVATIVO:

El controlador difuso proporcional puede ser extendido fácilmente para incluir la acción integral y derivativa. Vamos a discutir solamente la extensión derivativa. En este caso el controlador difuso opera sobre la señal de error *e(t)* y la derivada de la señal de salida *dy(t)/dt* y produce una salida del 'defuzzificador' que es la señal de control *u(t).*

El controlador difuso se basa en dos señales: el error y el rango de cambio de la salida. En este contexto es importante resaltar que el controlador difuso no contiene elementos dinámicos. Todos los componentes dinámicos están fuera del controlador y son obtenidos mediante una medición directa del sistema o por medio del procesamiento de las señales de entrada y salida del sistema. La derivada de la salida puede estar disponible como una medición directa o a través de un observador de los estados del sistema*.

*Observadores Dinámicos de Estado, José Rodríguez, Universidad de Carabobo, Noviembre 2008.

Después de la "fuzzificación" del error y el rango de la salida, las reglas difusas se aplican a las variables recién "fuzzificadas". El rol de la re-alimentación del rango en un controlador convencional es reducir la acción de control si la salida esta cambiando muy rápido. Esto reduce la posibilidad de que la salida sobrepase el valor de referencia deseado r(t). Usando este principio, las reglas difusas pueden ser escritas para evitar estos eventos. Por ejemplo, en el conjunto de reglas que se muestra abajo, las primeras cinco reglas proveen control proporcional difuso. Las reglas 6 y 7 tratan de compensar cambios rápidos cuando el error es pequeño, generando un componente de control que reducirá el rango de cambio en la salida del sistema.

Regla 1: SI {error LP} ENTONCES {control LP}

Regla 2: SI {error MP} ENTONCES {control MP}

Regla 3: SI {error S } ENTONCES {control S}

Regla 4: SI {error MN} ENTONCES {control MN}

Regla 5: SI {error LN} ENTONCES {control LN}

**Regla 6: SI {error S} AND {rango de salida LP }
ENTONCES {control LN}**

**Regla 7: SI {error S} AND {rango de salida LN }
ENTONCES {control LP}**

Este conjunto de reglas aproxima las acciones de control proporcional y derivativa pero solamente cuando el error es pequeño. Estudiando un controlador lineal convencional con re-alimentación, es posible conformar conjuntos de reglas para imitarlo. Por ejemplo, la ley de control convencional proporcional derivativa es:

$$u(t) = k_p e(t) - k_d \frac{dy(t)}{dt}$$

Donde k_p es la ganancia proporcional y k_d es la ganancia de re-alimentación derivativa. A partir de ésta ecuación, es posible deducir un conjunto equivalente simple de reglas difusas, como sigue:

**Regla 1: SI {error N} AND {cambio de P}
ENTONCES {control N}**
**Regla 2: SI {error N} AND {cambio de N}
ENTONCES {control S}**
**Regla 3: SI {error P} AND {cambio de N}
ENTONCES {control P}**
**Regla 4: SI {error P} AND {cambio de P}
ENTONCES {control S}**

El control difuso correspondiendo a este conjunto de reglas es una aproximación no detallada del comportamiento de un controlador con acción proporcional derivativa. Con estas cuatro reglas, la calidad del control que puede alcanzarse seria pobre. La figura 15 muestra una vista isométrica de la señal de control graficada como una función del error y del cambio en la salida. Nótese que la acción de control se podría mover (para un controlador comercial) entre tres valores +10V, 0V y -10V. Los pobres resultados de este conjunto de reglas pueden mejorarse si se agregan más niveles de "fuzzificación" para alcanzar una aproximación más cercana a la verdadera ley de control. Por ejemplo, la figura 16 muestra la superficie de control que corresponde a cinco niveles de "fuzzificación" en las reglas de control.

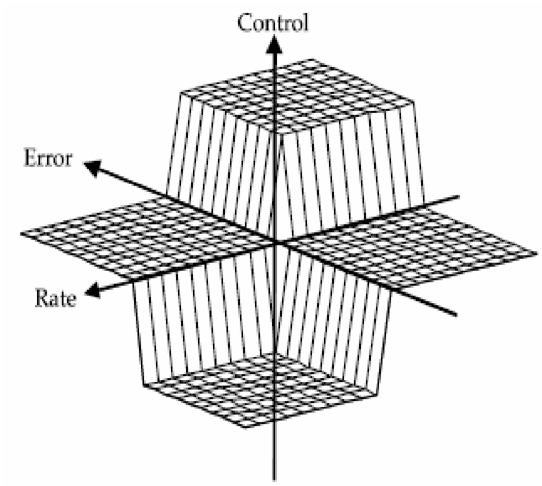


Figura 15. Gráfico isométrico de la señal de control con respecto al error y cambio del error en la salida utilizando un controlador difuso de tres niveles.

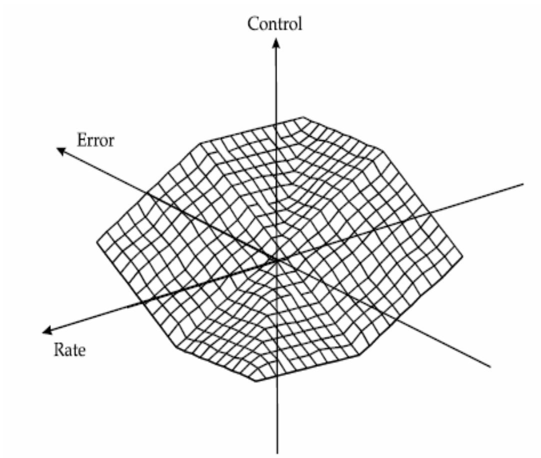


Figura 16. Gráfico isométrico de la señal de control con respecto al error y cambio del error en la salida utilizando un controlador difuso de cinco niveles.

La adición de niveles de clasificación extra nos da una superficie de control mucho más suave e incrementando el número de niveles de "fuzzificación" aun más, podemos obtener una aproximación mucho más cercana. Sin embargo, no es el propósito del control difuso emular al control convencional y estos resultados se incluyen solamente como demostración. El control difuso generalmente se aplicará bien a sistemas simples de control como por ejemplo: productos domésticos que se mencionaron al principio de este artículo o también a sistemas donde se pueden compensar fácilmente las características no lineales utilizando una base especial de reglas difusas.

CONCLUSIONES

La lógica difusa y su expresión en conjuntos difusos, alternativamente proveen una disciplina donde se puede construir modelos simples; que para los sistemas tradicionales, son demasiado complejos. Esto es debido a que se crean aproximaciones matemáticas para la resolución de ciertos tipos de problemas, produciendo resultados exactos a partir de datos "vagos" e "imprecisos", siendo por ello, especialmente útil en aplicaciones de control no lineal.

Para los fabricantes de productos eléctricos – electrónicos, la lógica difusa ha surgido como una herramienta lucrativa para el control de subsistemas y procesos industriales complejos, así como también para la electrónica de entretenimiento y hogar, sistemas de diagnóstico y otros sistemas expertos, de hecho, la palabra "Fuzzy" a llegado a ser la clave para vender con mayor éxito.

En base a los resultados obtenidos en los ejercicios desarrollados podemos notar que la "calidad" de salida de la variable de control de un controlador fuzzy está directamente relacionada con el conjunto de reglas asociadas al control.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

M. Beroldo, J. Chielens, G. Tatone. Control de temperatura por lógica difusa. Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Avellaneda, Mayo 2003.

S. Yilmaz, B. Tombaloglu, K. Karabulutlu. "Temperature Control Applications by Means of a PIC16F877 Microcontroller". University of Kocaeli, Electronics and Communications Research and Application Center-EHSAM , Veziroglu Kampusu 41040, Kocaeli/Turkey. July 2001.

A. Ferreyra, R. Fuentes. Estudio Comparativo entre el control PID y Difuso. UAM-Azcapotzalco, Depto de Electrónica, Deleg. Azcapotzalco C.P. 02200, México D.F. Octubre 2000.

M. A. Pérez C., J. Vernon. SISTEMAS DE LOGICA DIFUSA. División de Electrónica y Computación, CUCEI, Universidad de Guadalajara, México. Septiembre 2005.

M. Flores C., H. M. Rojas. Inteligencia Artificial Lógica Difusa. Universidad Nacional de Trujillo. Escuela Académico Profesional de Informática Trujillo-Perú. Noviembre 2004.

Software para desarrollo de prototipos con Lógica Difusa. fuzzyTECH 5.72c Professional Demo Compile Timestamp fuzzyTECH: Nov 11 2008. Copyright© 1999-2008.